スマート解法 線形代数 修正箇所一覧 (2015.8.11)

. . . .

目次
p.v 付録 行列の種類
(誤) 2 章末問題 A $\mapsto$ **(正)** 2 章末問題 B

. . . .

p.33 「拡張行列が，階段行列であることを確認する」
を囲んでいる枠の左と上が点線になっている (製版ソフトのバグ．元の原稿は正しい)

. . . .

p.43 解説 (後退代入)
(誤) 基本変形は順に「1 行 $+ 3 \times 3$ 行」,「1 行 $+ (2) \times 2$ 行」
$\mapsto$
(正) 基本変形は順に「1 行 $+ 3 \times 3$ 行」,「1 行 $+ (-2) \times 2$ 行」

. . . .

p.49 解説
(誤) 例 26 では，$(1,3)$ 成分にも文字式 $2a+7$ がありますが，ピボットの位置ではないので $2a+7$ が 0 かどうかは考える必要はありません．
$\mapsto$
(正) 例 26 では，$(1,3)$ 成分にも文字式 $4a+7$ がありますが，ピボットの位置ではないので $4a+7$ が 0 かどうかは考える必要はありません．

. . . .

p.52 問題 A31 (2).
(誤) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. $\mapsto$ **(正)** $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

. . . .

p.59 例題 11.
(誤) $\begin{cases} 2x+ay=4 \\ 6x+5y=7 \end{cases}$ $\mapsto$ **(正)** $\begin{cases} x+2y=a \\ 3x+6y=7 \end{cases}$

(誤) $7-3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $=2<3=$ 係数行列の階数となり，解なし．
$7-3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $=1=$ 係数行列の階数となり，解は存在する．
$\mapsto$
(正) $7-3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $=2>1=$ 係数行列の階数となり，解なし．
$7-3a = 0$ のとき，拡張行列の階数 $=1=$ 係数行列の階数となり，解は存在する．

. . . .

p.63 定義 25 (基本行列)
(誤) $\left(A \xrightarrow{i\text{ 行}+k\times j\text{ 行}} P_n(i,j)A\right)$. $\mapsto$ **(正)** $\left(A \xrightarrow{i\text{ 行}+k\times j\text{ 行}} P_n(i,j;k)A\right)$.

. . . .

p.69 注 63
(誤) $\xrightarrow{3\text{ 行}+2\times 1\text{ 行}}$ $\mapsto$ **(正)** $\xrightarrow{3\text{ 行}+1\text{ 行}}$

. . . .

p.71 問題 A37 (4)

(誤) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\,行 + (-2) \times 1\,行} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 9 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$. $\mapsto$ (正) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\,行 + (-2) \times 1\,行} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

……………………………………………………………………………………

p.87 問題 A45 (4)

(旧) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$. $\mapsto$ (差し替え) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & 13 & -16 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$.

……………………………………………………………………………………

p.93 例 46

(誤) とすると，$\sigma(1) = 3, \sigma(1) = 4, \sigma(1) = 1, \sigma(1) = 2$ なので，

$\mapsto$

(正) とすると，$\sigma(1) = 3, \sigma(2) = 4, \sigma(3) = 1, \sigma(4) = 2$ なので，

……………………………………………………………………………………

p.97　例 48　(誤) $\xlongequal{1\,列 \leftrightarrow 3\,列}$ $\mapsto$ (正) $\xlongequal{1\,列 \leftrightarrow 2\,列}$

……………………………………………………………………………………

p.100　n 次の行列式の余因子展開

j 列に関する余因子展開

(誤)

$$|A| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| = (-1)^{1+j} a_{1j} |A_{1j}| + \cdots + (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| + \cdots + (-1)^{n+j} a_{in} |A_{nj}|.$$

$\mapsto$

(正)

$$|A| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| = (-1)^{1+j} a_{1j} |A_{1j}| + \cdots + (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| + \cdots + (-1)^{n+j} a_{nj} |A_{nj}|.$$

……………………………………………………………………………………

p.104 例 52

(誤) 同様に計算して, $\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & -a_{11} \end{pmatrix}$ $\mapsto$ (正) 同様に計算して, $\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$

……………………………………………………………………………………

p.114 例 63

(誤) $f(\mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ となっていたとします.　$\mapsto$　(正) $f(\mathbf{e}_3) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ となっていたとします.

……………………………………………………………………………………

p.130 付録 行列の種類

(誤) 2 章末問題 A $\mapsto$ (正) 2 章末問題 B

……………………………………………………………………………………

p.143 方程式 $x^n = c$ の解

(誤) $c = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$,　$\mapsto$　(正) $c = s(\cos\alpha + i\sin\alpha)$,

$$(誤)\quad x = \sqrt[n]{k}\left(\cos\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)\right), \quad (k = 0, 1, 2, \cdots, n-1).$$

$\mapsto$

$$(正)\quad x = \sqrt[n]{s}\left(\cos\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)\right), \quad (k = 0, 1, 2, \cdots, n-1).$$

……………………………………………………………………………………

p.148 解答 **A**20(1)

(誤) $\begin{cases} x-y=3 \\ x+4y=1 \end{cases}$ $\mapsto$ (正) $\begin{cases} x-y=-3 \\ x+4y=1 \end{cases}$

---

p.151 解答 **A**29(2)

(誤) $x=-3(t-2)+4t-7=t-1.$ $\mapsto$ (正) $x=-3(t-2)-4t-7=-7t-1.$

---

p.162 解答 **A**47 (2)

(誤) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \overset{\substack{2\text{ 行}+1\text{ 行},\\ 3\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行},\\ 4\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行}}}{=\!=\!=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \\ 0 & 5 & 9 & -5 \\ 0 & 6 & 10 & 0 \end{vmatrix}$

$\mapsto$ (正) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \overset{\substack{2\text{ 行}+1\text{ 行},\\ 3\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行},\\ 4\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行}}}{=\!=\!=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \\ 0 & 5 & 10 & -5 \\ 0 & 6 & 10 & 0 \end{vmatrix}$

---

p.165 解答 **A**56 (2)

(誤) $\begin{matrix} \tilde{a}_{11}=(-1)^{1+1}\,|(8)|=8. & \tilde{a}_{12}=(-1)^{1+2}\,|(5)|=-5 \\ \tilde{a}_{21}=(-1)^{2+1}\,|(7)|=-7. & \tilde{a}_{22}=(-1)^{2+2}\,|(2)|=2. \end{matrix}$.

$\mapsto$

(正) $\begin{matrix} \tilde{a}_{11}=(-1)^{1+1}\,|(8)|=8. & \tilde{a}_{12}=(-1)^{1+2}\,|(7)|=-7 \\ \tilde{a}_{21}=(-1)^{2+1}\,|(5)|=-5. & \tilde{a}_{22}=(-1)^{2+2}\,|(2)|=2. \end{matrix}$.

---

p.166 解答 **A**59 (3)

(誤) $x\mathbf{a}_1+y\mathbf{a}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\mathbf{a}_1+\frac{1}{3}\mathbf{a}_2$

$\mapsto$ (正) $x\mathbf{a}_1+y\mathbf{a}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\mathbf{a}_1+\frac{1}{3}\mathbf{a}_2$

---

p.167 解答 **A**61 (2)

(誤) $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2,\mathbf{b}_3,\mathbf{b}_4)=\mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\-3&1&0&2\\0&2&6&2\end{pmatrix} \overset{2\text{ 行 }+3\times 1\text{ 行}}{=\!=\!=} \mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\0&1&3&5\\0&2&6&2\end{pmatrix}$

$\overset{3\text{ 行 }+(-2)\times 2\text{ 行}}{=\!=\!=} \mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\0&1&3&5\\0&0&0&-8\end{pmatrix}=3.$ よって生成系になる.

$\mapsto$ (正) $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2,\mathbf{b}_3,\mathbf{b}_4)=\mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\-3&1&0&-2\\0&2&6&2\end{pmatrix} \overset{2\text{ 行 }+3\times 1\text{ 行}}{=\!=\!=} \mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\0&1&3&1\\0&2&6&2\end{pmatrix}$

$\overset{3\text{ 行 }+(-2)\times 2\text{ 行}}{=\!=\!=} \mathrm{rank}\begin{pmatrix}1&0&1&1\\0&1&3&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}=2.$ よって生成系にならない.

---

p.167 解答 **B**59 (3)

(誤) $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=2\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2.$ $\mapsto$ (正) $\begin{pmatrix}6\\0\\1\end{pmatrix}=2\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2.$

---

p.167 解答 **B**61 (2)

(誤) $\mathrm{rank}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) = 3$ なので生成系になる．$\mapsto$ **(正)** $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = 3$ なので生成系になる．

....

p.168 解答 **A**67 (1)

(誤) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$(t_2 \neq 0)$．$\mapsto$ **(正)** $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$(t_2 \neq 0)$．

....

p.170 解答 **A**68 (2)

(誤) -8 が重複度 1 の固有値．4 が 重複度 2 の固有値 で，$3 - \mathrm{rank}(A - 4E) = 2$ なので対角化可能．

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \end{array} \xrightarrow[\begin{array}{rrrrr} & -2 & -4 & -6 & 0 \\ +) & 2 & 4 & 6 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{2\text{行} + 2 \times 1\text{行}} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \end{array} \xrightarrow[\begin{array}{rrrrr} & -3 & -6 & -9 & 0 \\ +) & 3 & 6 & 9 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{3\text{行} + 3 \times 1\text{行}} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array}.$$

固有値 -8 の固有ベクトル $t_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$，$(t_1 \neq 0)$，

固有値 4 の固有ベクトル $t_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$(t_2, t_3$: 同時に 0 にはならない$)$．

$P = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とおくと，$P^{-}1AP = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

$\mapsto$

(正) -8 が重複度 1 の固有値．4 が 重複度 2 の固有値．

固有値 -8 の固有ベクトル $t_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$，$(t_1 \neq 0)$，

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \end{array} \xrightarrow[\begin{array}{rrrrr} & -2 & -4 & -6 & 0 \\ +) & 2 & 4 & 6 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{2\text{行} + 2 \times 1\text{行}} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \end{array} \xrightarrow[\begin{array}{rrrrr} & -3 & -6 & -9 & 0 \\ +) & 3 & 6 & 9 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{3\text{行} + 3 \times 1\text{行}} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array}.$$

固有値 4 の固有ベクトル $t_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$(t_2, t_3$: 同時に 0 にはならない$)$．

$3 - \mathrm{rank}(A - 4E) = 2$ なので対角化可能．

$P = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とおくと，$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

....

p.170 解答 **A**69

(誤) $A^n = P(\text{対角行列})^n P$ で成分表示ができる．

$\mapsto$

(正) $A^n = P(\text{対角行列})^n P^{-1}$ で成分表示ができる．

....

p.173 解答 **A**74 (1)

(誤) $3i = 0 + 3i$, $a = 0$, $b = 6$ なので，　$\mapsto$　**(正)** $3i = 0 + 3i$, $a = 0$, $b = 3$ なので，

....