スマート解法 線形代数 修正箇所一覧 (2019.1.10)

目次

p.v 付録 行列の種類

(誤) 2 章末問題 A $\mapsto$ **(正)** 2 章末問題 B

p.33 「拡張行列が，階段行列であることを確認する」

を囲んでいる枠の左と上が点線になっている (製版ソフトのバグ．元の原稿は正しい)

p.43 解説 (後退代入)

(誤) 基本変形は順に「1 行 $+ 3 \times 3$ 行」,「1 行 $+ (2) \times 2$ 行」

$\mapsto$

(正) 基本変形は順に「1 行 $+ 3 \times 3$ 行」,「1 行 $+ (-2) \times 2$ 行」

p.49 解説

(誤) 例 26 では，$(1, 3)$ 成分にも文字式 $2a + 7$ がありますが，ピボットの位置ではないので $2a + 7$ が 0 かどうかは考える必要はありません．

$\mapsto$

(正) 例 26 では，$(1, 3)$ 成分にも文字式 $4a + 7$ がありますが，ピボットの位置ではないので $4a + 7$ が 0 かどうかは考える必要はありません．

p.52 問題 A31 (2).

(誤) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$ $\mapsto$ **(正)** $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & \\ 1 & 0 & 2 & n \\ 5 & 1 & -3 & \end{pmatrix}.$

p.53 **問題 B**20 (3)

(誤) (3). $\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & & \\ \hline 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 2 & -6 \end{array}\right)$ $\mapsto$ **(正)** (3). $\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 2 & -6 \end{array}\right)$

p.59 例題 11.

(誤) $\begin{cases} 2x + ay = 4 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases}$ $\mapsto$ **(正)** $\begin{cases} x + 2y = a \\ 3x + 6y = 7 \end{cases}$

(誤) $7 - 3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $= 2 < 3 =$ 係数行列の階数となり，解なし．

$7 - 3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $= 1 =$ 係数行列の階数となり，解は存在する．

$\mapsto$

(正) $7 - 3a \neq 0$ のとき，拡張行列の階数 $= 2 > 1 =$ 係数行列の階数となり，解なし．

$7 - 3a = 0$ のとき，拡張行列の階数 $= 1 =$ 係数行列の階数となり，解は存在する．

p.63 定義 25 (基本行列)

(誤) $\left(A \xrightarrow{i\text{ 行} + k \times j\text{ 行}} P_n(i, j)A\right).$ $\mapsto$ **(正)** $\left(A \xrightarrow{i\text{ 行} + k \times j\text{ 行}} P_n(i, j; k)A\right).$

p.69 注 63

(誤) $\xrightarrow{3\text{ 行}+2\times 1\text{ 行}}$ ↦ (正) $\xrightarrow{3\text{ 行}+1\text{ 行}}$

p.71 問題 A37 (4)

(誤) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\text{ 行}+(-2)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 9 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$. ↦ (正) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\text{ 行}+(-2)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

p.87 問題 A45 (4)

(旧) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$. ↦ (差し替え) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & 13 & -16 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$.

p.93 例 46

(誤) とすると，$\sigma(1) = 3$, $\sigma(1) = 4$, $\sigma(1) = 1$, $\sigma(1) = 2$ なので,

↦

(正) とすると，$\sigma(1) = 3$, $\sigma(2) = 4$, $\sigma(3) = 1$, $\sigma(4) = 2$ なので,

p.97 例 48 (誤) $\overset{1\text{ 列}\leftrightarrow 3\text{ 列}}{=\!=\!=}$ ↦ (正) $\overset{1\text{ 列}\leftrightarrow 2\text{ 列}}{=\!=\!=}$

p.100 n 次の行列式の余因子展開

j 列に関する余因子展開

(誤)

$$|A| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| = (-1)^{1+j} a_{1j} |A_{1j}| + \cdots + (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| + \cdots + (-1)^{n+j} a_{in} |A_{nj}|.$$

↦

(正)

$$|A| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| = (-1)^{1+j} a_{1j} |A_{1j}| + \cdots + (-1)^{i+j} a_{ij} |A_{ij}| + \cdots + (-1)^{n+j} a_{nj} |A_{nj}|.$$

p.104 例 52

(誤) 同様に計算して, $\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & -a_{11} \end{pmatrix}$ ↦ (正) 同様に計算して, $\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$

p.114 例 63

(誤) $f(\mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ となっていたとします. ↦ (正) $f(\mathbf{e}_3) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ となっていたとします.

p.130 付録 行列の種類

(誤) 2 章末問題 A ↦ (正) 2 章末問題 B

p.143 方程式 $x^n = c$ の解

(誤) $c = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ↦ (正) $c = s(\cos\alpha + i\sin\alpha)$,

$$\text{(誤)}\quad x = \sqrt[n]{k}\left(\cos\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)\right), \quad (k = 0, 1, 2, \cdots, n-1).$$

$\mapsto$

$$(\text{正})\quad x=\sqrt[n]{s}\left(\cos\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\right),\quad (k=0,1,2,\cdots,n-1).$$

---

p.148 解答 **A**20(1)

(誤) $\begin{cases} x-y=3 \\ x+4y=1 \end{cases}$ $\mapsto$ (正) $\begin{cases} x-y=-3 \\ x+4y=1 \end{cases}$

---

p.151 解答 **A**29(2)

(誤) $x=-3(t-2)+4t-7=t-1.$ $\mapsto$ (正) $x=-3(t-2)-4t-7=-7t-1.$

---

p.157 解答 **A**35 (3)

(誤)

$$(3).\ \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 8 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} -2 & -8 & -6 \\ \hline 0 & -5 & -5 \end{array}}]{2\text{ 行}+(-2)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 7 & 8 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} -7 & -28 & -21 \\ \hline 0 & -20 & -20 \end{array}}]{3\text{ 行}+(-7)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & -20 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} 0 & 20 & 20 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}}]{3\text{ 行}+(-4)\times 2\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\mapsto$ (正)

$$(3).\ \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} -3 & -12 & -9 \\ \hline 0 & -8 & -8 \end{array}}]{3\text{ 行}+(-3)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -8 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} -2 & -8 & -6 \\ \hline 0 & -5 & -5 \end{array}}]{2\text{ 行}+(-2)\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & -8 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{+)\ \begin{array}{rrr} 0 & 8 & 8 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}}]{3\text{ 行}+(-\frac{8}{5})\times 1\text{ 行}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

---

p.162 解答 **A**47 (2)

(誤) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \overset{\substack{2\text{ 行}+1\text{ 行},\\ 3\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行},\\ 4\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行}}}{=\!=\!=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \\ 0 & 5 & 9 & -5 \\ 0 & 6 & 10 & 0 \end{vmatrix}$

$\mapsto$ (正) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \overset{\substack{2\text{ 行}+1\text{ 行},\\ 3\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行},\\ 4\text{ 行}+(-1)\times 1\text{ 行}}}{=\!=\!=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \\ 0 & 5 & 10 & -5 \\ 0 & 6 & 10 & 0 \end{vmatrix}$

---

p.165 解答 **A**56 (2)

(誤) $\begin{array}{ll} \tilde{a}_{11}=(-1)^{1+1}\,|(8)|=8. & \tilde{a}_{12}=(-1)^{1+2}\,|(5)|=-5 \\ \tilde{a}_{21}=(-1)^{2+1}\,|(7)|=-7. & \tilde{a}_{22}=(-1)^{2+2}\,|(2)|=2. \end{array}$.

$\mapsto$

(正) $\begin{array}{ll} \tilde{a}_{11}=(-1)^{1+1}\,|(8)|=8. & \tilde{a}_{12}=(-1)^{1+2}\,|(7)|=-7 \\ \tilde{a}_{21}=(-1)^{2+1}\,|(5)|=-5. & \tilde{a}_{22}=(-1)^{2+2}\,|(2)|=2. \end{array}$.

---

p.166 解答 **A**59 (3)

(誤) $x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\mathbf{a}_1 + \frac{1}{3}\mathbf{a}_2$

$\mapsto$ (正) $x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\mathbf{a}_1 + \frac{1}{3}\mathbf{a}_2$

---

p.167 解答 **A**61 (2)

(誤) $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \xlongequal{2\text{ 行 }+3\times 1\text{ 行}} \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

$\xlongequal{3\text{ 行 }+(-2)\times 2\text{ 行}} \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} = 3$. よって生成系になる.

$\mapsto$ (正) $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \xlongequal{2\text{ 行 }+3\times 1\text{ 行}} \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

$\xlongequal{3\text{ 行 }+(-2)\times 2\text{ 行}} \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2$. よって生成系にならない.

---

p.167 解答 **B**59 (3)

(誤) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$. $\mapsto$ (正) $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$.

---

p.167 解答 **B**61 (2)

(誤) $\mathrm{rank}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) = 3$ なので生成系になる. $\mapsto$ (正) $\mathrm{rank}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = 3$ なので生成系になる.

---

p.168 解答 **A**67 (1)

(誤) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $(t_2 \neq 0)$. $\mapsto$ (正) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $(t_2 \neq 0)$.

---

p.170 解答 **A**68 (2)

(誤) -8 が重複度 1 の固有値. 4 が 重複度 2 の固有値 で, $3 - \mathrm{rank}(A - 4E) = 2$ なので対角化可能.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[+)\ \begin{array}{cccc} -2 & -4 & -6 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{2\text{ 行}+2\times 1\text{ 行}} \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[+)\ \begin{array}{cccc} -3 & -6 & -9 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{3\text{ 行}+3\times 1\text{ 行}} \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

固有値 -8 の固有ベクトル $t_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(t_1 \neq 0)$,

固有値 4 の固有ベクトル $t_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $(t_2, t_3$: 同時に 0 にはならない$)$.

$P = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とおくと, $P^-1AP = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ と対角化できる.

$\mapsto$

(正) -8 が重複度 1 の固有値．4 が 重複度 2 の固有値．

固有値 -8 の固有ベクトル $t_1\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$，$(t_1 \neq 0)$，

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[+)\ \begin{array}{cccc} -2 & -4 & -6 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{2\text{ 行}+2\times 1\text{ 行}} \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -9 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[+)\ \begin{array}{cccc} -3 & -6 & -9 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}]{3\text{ 行}+3\times 1\text{ 行}} \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

固有値 4 の固有ベクトル $t_2\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}+t_3\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$，$(t_2, t_3$: 同時に 0 にはならない$)$．

$3-\mathrm{rank}(A-4E)=2$ なので対角化可能．

$P=\begin{pmatrix}-1&-3&-2\\2&0&1\\3&1&0\end{pmatrix}$ とおくと，$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}-8&0&0\\0&4&0\\0&0&4\end{pmatrix}$ と対角化できる．

---

p.170 解答 **A**69

(誤) $A^n = P(\text{対角行列})^n P$ で成分表示ができる．

$\mapsto$

(正) $A^n = P(\text{対角行列})^n P^{-1}$ で成分表示ができる．

---

p.173 解答 **A**74 (1)

(誤) $3i = 0+3i$, $a=0$, $b=6$ なので，　$\mapsto$　(正) $3i = 0+3i$, $a=0$, $b=3$ なので，