

「構造力学の基礎」 正誤表

p.115

p.271

p.347

p.367

p.368

p.369

p.388

p.391

5.1 解法の流れと計算式

の積分をどうやって行うかということが重要である．この積分を実行するには、節点で囲まれた小さい領域ごとに積分し、それを合計すればよいが、小さい領域のとり方は図 5-3 に示すようにいろいろなやり方が考えられる．これは有限要素法でいうと要素の種類に対応している．本項では4個の節点で囲まれる長方形の領域ごとに積分を行うことにする．

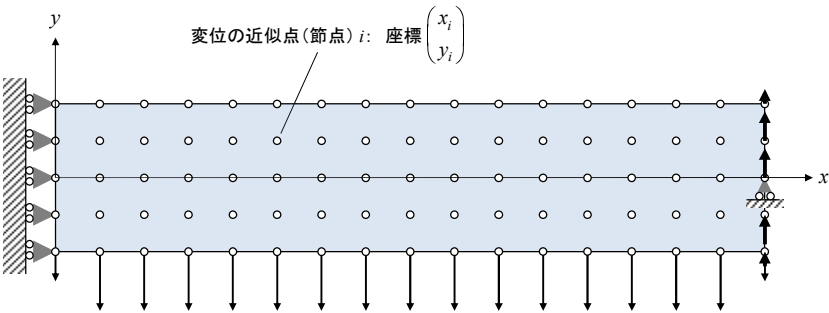
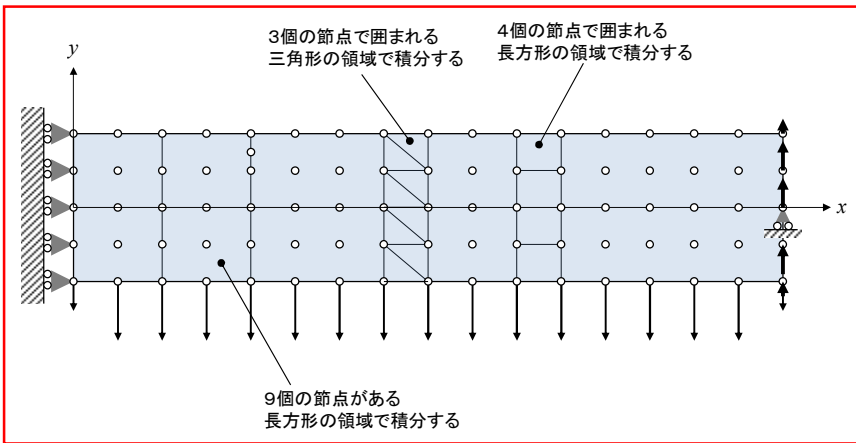


図 5-2 物体（長方形）内部の変位の近似点



誤

図 5-3 積分のやり方の例

3.2.2 項（または 4.4.2 項）で説明したポテンシャルエネルギー停留（または最小）の原理を適用して変形の近似値を求める手順は以下のとおりである．

- ① 変位境界条件を満足するような節点変位を仮定する．

5.1 解法の流れと計算式

の積分をどうやって行うかということが重要である．この積分を実行するには、節点で囲まれた小さい領域ごとに積分し、それを合計すればよいが、小さい領域のとり方は図 5-3 に示すようにいろいろなやり方が考えられる．これは有限要素法でいうと要素の種類に対応している．本項では4個の節点で囲まれる長方形の領域ごとに積分を行うことにする．

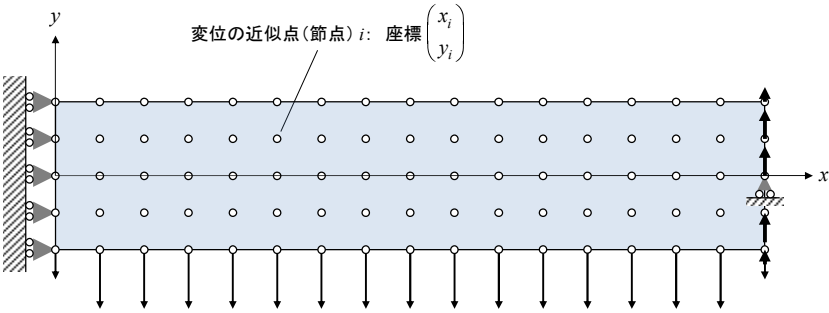


図 5-2 物体（長方形）内部の変位の近似点

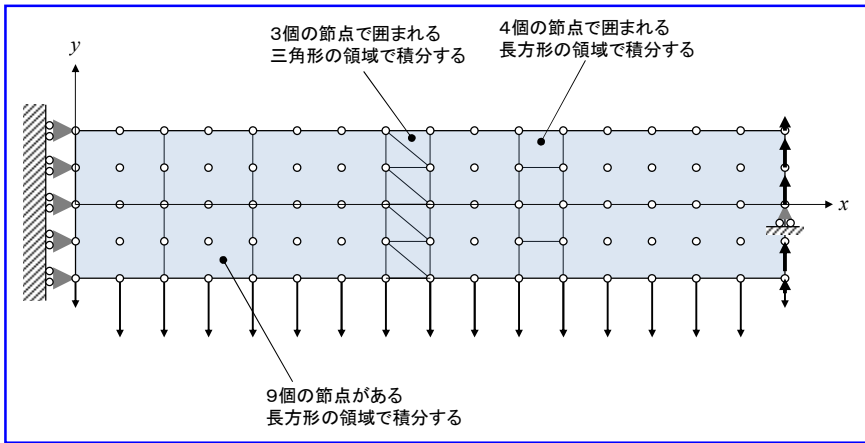


図 5-3 積分のやり方の例

正

3.2.2 項（または 4.4.2 項）で説明したポテンシャルエネルギー停留（または最小）の原理を適用して変形の近似値を求める手順は以下のとおりである．

- ① 変位境界条件を満足するような節点変位を仮定する．

7.4 直線梁の座屈理論

$$\begin{aligned} &\cong \left(1 - \frac{du}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{|\mathbf{g}_x|} \frac{dv}{dx} \frac{d}{dx} |\mathbf{g}_x| \right) \\ &\cong \frac{d^2v}{dx^2} \end{aligned}$$

したがって、曲げ歪は、

$$\kappa_z = \frac{d\theta}{dx} \cong \frac{d^2v}{dx^2} \quad (7-92)$$

この式を使って仮想曲げ歪を仮想歪で表すと、

誤

$$\delta\kappa_z = \frac{d^2\delta v}{dx^2} \quad (7-93)$$

座屈直後の仮想仕事の原理の式(7-89) に仮想歪を代入すると、

$$\begin{aligned} &\int_0^L N_{x0} \left[\frac{d\delta u}{dx} + \left(\frac{dv}{dx} \right) \frac{d\delta v}{dx} \right] dx \\ &\quad + \int_0^L \Delta M_z \left[\frac{d^2\delta v}{dx^2} \right] dx - \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned} \quad (7-94)$$

この式が変位で表した座屈直後の仮想仕事の原理の式である。

この式を部分積分すると、

$$\begin{aligned} &[N_{x0}\delta u]_0^L - \int_0^L \frac{dN_{x0}}{dx} \delta u dx + \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \delta v \right]_0^L - \int_0^L \frac{d}{dx} \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \right] \delta v dx \\ &+ \left[\Delta M_z \left(\frac{d\delta v}{dx} \right) \right]_0^L - \left[\frac{d\Delta M_z}{dx} \delta v \right]_0^L + \int_0^L \frac{d^2\Delta M_z}{dx^2} \delta v dx - \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned}$$

仮想変位で整理すると、

$$\begin{aligned} &[N_{x0}\delta u]_0^L + \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \delta v \right]_0^L + \left[\Delta M_z \left(\frac{d\delta v}{dx} \right) \right]_0^L - \left[\frac{d\Delta M_z}{dx} \delta v \right]_0^L \\ &- \int_0^L \left[\frac{dN_{x0}}{dx} \right] \delta u dx - \int_0^L \left[\frac{d}{dx} \left\{ N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \right\} - \frac{d^2\Delta M_z}{dx^2} \right] \delta v dx \\ &- \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned} \quad (7-95)$$

仮想変位は任意の値とすることができるので、式(7-95)の積分のかっこ内はゼロとなる。

7.4 直線梁の座屈理論

$$\begin{aligned} &\cong \left(1 - \frac{du}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{|\mathbf{g}_x|} \frac{dv}{dx} \frac{d}{dx} |\mathbf{g}_x| \right) \\ &\cong \frac{d^2v}{dx^2} \end{aligned}$$

したがって、曲げ歪は、

$$\kappa_z = \frac{d\theta}{dx} \cong \frac{d^2v}{dx^2} \quad (7-92)$$

この式を使って仮想曲げ歪を仮想変位で表すと、

正

$$\delta\kappa_z = \frac{d^2\delta v}{dx^2} \quad (7-93)$$

座屈直後の仮想仕事の原理の式(7-89) に仮想歪を代入すると、

$$\begin{aligned} &\int_0^L N_{x0} \left[\frac{d\delta u}{dx} + \left(\frac{dv}{dx} \right) \frac{d\delta v}{dx} \right] dx \\ &\quad + \int_0^L \Delta M_z \left[\frac{d^2\delta v}{dx^2} \right] dx - \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned} \quad (7-94)$$

この式が変位で表した座屈直後の仮想仕事の原理の式である。

この式を部分積分すると、

$$\begin{aligned} &[N_{x0}\delta u]_0^L - \int_0^L \frac{dN_{x0}}{dx} \delta u dx + \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \delta v \right]_0^L - \int_0^L \frac{d}{dx} \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \right] \delta v dx \\ &\quad + \left[\Delta M_z \left(\frac{d\delta v}{dx} \right) \right]_0^L - \left[\frac{d\Delta M_z}{dx} \delta v \right]_0^L + \int_0^L \frac{d^2\Delta M_z}{dx^2} \delta v dx - \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned}$$

仮想変位で整理すると、

$$\begin{aligned} &[N_{x0}\delta u]_0^L + \left[N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \delta v \right]_0^L + \left[\Delta M_z \left(\frac{d\delta v}{dx} \right) \right]_0^L - \left[\frac{d\Delta M_z}{dx} \delta v \right]_0^L \\ &\quad - \int_0^L \left[\frac{dN_{x0}}{dx} \right] \delta u dx - \int_0^L \left[\frac{d}{dx} \left\{ N_{x0} \left(\frac{dv}{dx} \right) \right\} - \frac{d^2\Delta M_z}{dx^2} \right] \delta v dx \\ &\quad - \sum_i P_{xcr,i} \delta u(\xi_i) = 0 \end{aligned} \quad (7-95)$$

仮想変位は任意の値とすることができるので、式(7-95)の積分のかっこ内はゼロとなる。

7.8 有限要素法とポテンシャルエネルギー最小の原理による直接解法との関係

$$\begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_{1z} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_{2z} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ M_{3z} \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 112 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1792 & 89.60 & 0 & -0.1792 & 89.60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 89.60 & 59733 & 0 & -89.60 & 29867 & 0 & 0 & 0 \\ -112 & 0 & 0 & 224 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.3584 & 0 & 0 & -0.1792 & 89.60 \\ 0 & 89.60 & 29867 & 0 & 0 & 119446 & 0 & -89.60 & 29867 \\ 0 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.1792 & -89.60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 89.60 & 29867 & 0 & -89.60 & 59733 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \quad (7-168)$$

この式に変位境界条件と力学的境界条件を入れると、

$$\begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_{1z} \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ M_{3z} \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 112 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1792 & 89.60 & 0 & -0.1792 & 89.60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 89.60 & 59733 & 0 & -89.60 & 29867 & 0 & 0 & 0 \\ -112 & 0 & 0 & 224 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.3584 & 0 & 0 & -0.1792 & 89.60 \\ 0 & 89.60 & 29867 & 0 & 0 & 119446 & 0 & -89.60 & 29867 \\ 0 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.1792 & -89.60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 89.60 & 29867 & 0 & -89.60 & 59733 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

意味のある部分を取り出すと、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 224 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3584 & 0 \\ 0 & 0 & 119446 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

この式を解くと、

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1000} \begin{bmatrix} 224 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3584 & 0 \\ 0 & 0 & 119446 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.464 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0.002790 & 0 \\ 0 & 0 & 8.372 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}$$

$P=1000\text{N}$ のとき、

誤

7.8 有限要素法とポテンシャルエネルギー最小の原理による直接解法との関係

$$\begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_{1z} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_{2z} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ M_{3z} \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 112 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1792 & 89.60 & 0 & -0.1792 & 89.60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 89.60 & 59733 & 0 & -89.60 & 29867 & 0 & 0 & 0 \\ -112 & 0 & 0 & 224 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.3584 & 0 & 0 & -0.1792 & 89.60 \\ 0 & 89.60 & 29867 & 0 & 0 & 119446 & 0 & -89.60 & 29867 \\ 0 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.1792 & -89.60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 89.60 & 29867 & 0 & -89.60 & 59733 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \quad (7-168)$$

この式に変位境界条件と力学的境界条件を入れると、

$$\begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_{1z} \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ M_{3z} \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 112 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1792 & 89.60 & 0 & -0.1792 & 89.60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 89.60 & 59733 & 0 & -89.60 & 29867 & 0 & 0 & 0 \\ -112 & 0 & 0 & 224 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.3584 & 0 & 0 & -0.1792 & 89.60 \\ 0 & 89.60 & 29867 & 0 & 0 & 119446 & 0 & -89.60 & 29867 \\ 0 & 0 & 0 & -112 & 0 & 0 & 112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1792 & -89.60 & 0 & 0.1792 & -89.60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 89.60 & 29867 & 0 & -89.60 & 59733 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

意味のある部分を取り出すと、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} 224 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3584 & 0 \\ 0 & 0 & 119446 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

この式を解くと、

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1000} \begin{bmatrix} 224 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3584 & 0 \\ 0 & 0 & 119446 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix} \\
 = \begin{bmatrix} 4.464 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0.002790 & 0 \\ 0 & 0 & 8.372 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}$$

$P=1000\text{N}$ のとき、

正

10.5 ベクトルを成分に分解すること

3次元の場合も同様に独立な3方向の基底ベクトルに分解できる。

$$\mathbf{P} = P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 + P_3\mathbf{i}_3 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad (10-3)$$

10.6. ベクトルの大きさ（長さ）

ベクトルが直交する単位基底ベクトルで分解されていれば，その大きさは次の式で計算できる．2次元の場合には，

$$\mathbf{P} = P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \quad (10-4)$$

$$|\mathbf{P}| = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$$

3次元の場合には，

$$\mathbf{P} = P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 + P_3\mathbf{i}_3 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad (10-5)$$

$$|\mathbf{P}| = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}$$

10.7. 2つのベクトル間の角度とベクトルの内積

2つのベクトルが作る角度はベクトルの内積（スカラー積ともいう）を使って表すことができる．内積の定義は次の式で表されるスカラーである．「 $\cdot$ 」が内積を表す記号である．~~最後の式は行列で表示しており，記号「T」は行列の行と列の入れ替え（transverse）を表す．~~

削除

2次元の場合には，

10.5 ベクトルを成分に分解すること

3次元の場合も同様に独立な3方向の基底ベクトルに分解できる。

$$\mathbf{P} = P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 + P_3\mathbf{i}_3 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad (10-3)$$

10.6. ベクトルの大きさ（長さ）

ベクトルが直交する単位基底ベクトルで分解されていれば，その大きさは次の式で計算できる。記号「 $|\quad|$ 」はベクトルの大きさを表す。2次元の場合には，

追加

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \\ |\mathbf{P}| &= \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \end{aligned} \quad (10-4)$$

3次元の場合には，

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= P_1\mathbf{i}_1 + P_2\mathbf{i}_2 + P_3\mathbf{i}_3 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \\ |\mathbf{P}| &= \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} \end{aligned} \quad (10-5)$$

10.7. 2つのベクトル間の角度とベクトルの内積

2つのベクトルが作る角度はベクトルの内積（スカラー積ともいう）を使って表すことができる。内積の定義は次の式で表されるスカラーである。「 $\cdot$ 」が内積を表す記号である。

2次元の場合には，

第 10 章 静力学のためのベクトル

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} &= |\mathbf{P}| |\mathbf{Q}| \cos \theta \\
 &= (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2) \cdot (Q_1 \mathbf{i}_1 + Q_2 \mathbf{i}_2) = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 \quad (10-6) \\
 &= \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$ は直交する単位基底ベクトルである。右肩の添字 T はベクトルの転置を表す (11.1.3 項参照)。

2 つのベクトルの内積を使って、ベクトル間の角度 θ を表すと、

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}| |\mathbf{Q}|} = \frac{P_1 Q_1 + P_2 Q_2}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}} \quad (10-7)$$

2 つの直交するベクトルの内積はゼロである。

1 つのベクトル自身の内積はベクトルの長さの 2 乗である。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} &= |\mathbf{P}| |\mathbf{P}| \cos 0 = |\mathbf{P}|^2 \\
 &= (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2) \cdot (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2) = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} = P_1^2 + P_2^2 \quad (10-8)
 \end{aligned}$$

~~ここで、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ は直交する単位基底ベクトルである。~~

削除

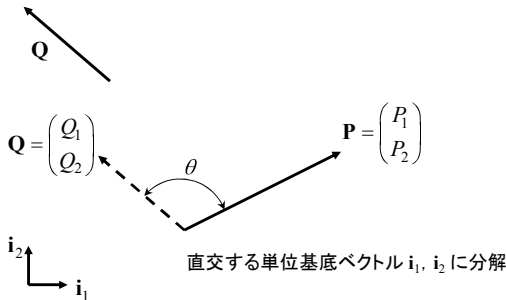


図 10-8 ベクトルの内積 - 2次元の場合

3次元の場合には、

10.7 2つのベクトル間の角度とベクトルの内積

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} &= |\mathbf{P}| |\mathbf{Q}| \cos \theta \\
&= (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2 + P_3 \mathbf{i}_3) \cdot (Q_1 \mathbf{i}_1 + Q_2 \mathbf{i}_2 + Q_3 \mathbf{i}_3) \\
&= \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 \\
&= \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{10-9}$$

ここで、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ は直交する単位基底ベクトルである。 **追加**

2つのベクトルの内積を使って、ベクトル間の角度 θ を表すと、

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}| |\mathbf{Q}|} = \frac{P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2}} \tag{10-10}$$

2つの直交するベクトルの内積はゼロである。

1つのベクトル自身の内積はベクトルの長さの2乗である。

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} \cdot \mathbf{P} &= |\mathbf{P}| |\mathbf{P}| \cos 0 = |\mathbf{P}|^2 \\
&= (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2 + P_3 \mathbf{i}_3) \cdot (P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2 + P_3 \mathbf{i}_3) \\
&= \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2
\end{aligned} \tag{10-11}$$

10.8. 単位ベクトルの作り方

任意のベクトル $\mathbf{P}$ の方向の単位ベクトル $\mathbf{i}$ を作るには次の式を使う。

2次元の場合は、

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{P}}{|\mathbf{P}|} = \frac{P_1 \mathbf{i}_1 + P_2 \mathbf{i}_2}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}} = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}} \mathbf{i}_1 + \frac{P_2}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}} \mathbf{i}_2 = l \mathbf{i}_1 + m \mathbf{i}_2 \tag{10-12}$$

ここで、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$ は直交する単位基底ベクトルである。

$$l = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}}, m = \frac{P_2}{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}} \tag{10-13}$$

l, m をベクトル $\mathbf{P}$ の方向余弦という。

第12章 関数

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a \quad (12-9)$$

$$\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x} \quad (12-10)$$

- 組み合わせ関数の微分公式

$$\frac{d}{dx}(af(x)) = a \frac{d}{dx}f(x), \quad a \text{ は定数} \quad (12-11)$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \frac{df(x)}{dx}g(x) + f(x)\frac{dg(x)}{dx} \quad (12-12)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right) = \frac{f(x)\frac{dg(x)}{dx} - \frac{df(x)}{dx}g(x)}{f^2} \quad (12-13)$$

誤

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = \frac{-\frac{df(x)}{dx}}{\{f(x)\}^2} \quad (12-14)$$

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = \frac{df(g(x))}{dg(x)} \frac{dg(x)}{dx} \quad (12-15)$$

12.1.3. 不定積分の公式

関数 $F(x)$ を微分したものが関数 $f(x)$ であるときに、 $F(x)$ を関数 $f(x)$ の不定積分といい、

$$F(x) = \int f(x) dx \quad (12-16)$$

と表す。すなわち、

$$\frac{d}{dx}F(x) = f(x) \quad (12-17)$$

である。

不定積分の公式を以下に示す。

誤

第12章 関数

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a \quad (12-9)$$

$$\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x} \quad (12-10)$$

- 組み合わせ関数の微分公式

$$\frac{d}{dx}(af(x)) = a \frac{d}{dx}f(x), \quad a \text{ は定数} \quad (12-11)$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \frac{df(x)}{dx}g(x) + f(x)\frac{dg(x)}{dx} \quad (12-12)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right) = \frac{f(x)\frac{dg(x)}{dx} - \frac{df(x)}{dx}g(x)}{\{f(x)\}^2} \quad (12-13)$$

正

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = \frac{-\frac{df(x)}{dx}}{\{f(x)\}^2} \quad (12-14)$$

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = \frac{df(g(x))}{dg(x)} \frac{dg(x)}{dx} \quad (12-15)$$

12.1.3. 不定積分の公式

関数 $F(x)$ を微分したものが関数 $f(x)$ であるときに, $F(x)$ を関数 $f(x)$ の原始関数といい, $f(x)$ の不定積分を次の式で表す.

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (12-16)$$

正

すなわち,

$$\frac{d}{dx}F(x) = f(x) \quad (12-17)$$

である.

不定積分の公式を以下に示す.

12.1 1変数の関数

12.1.5. 数値積分の方法 – 台形則

定積分を数値的に求めるもっとも簡単な方法は台形則（図 12-4）である．式で表すと，

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^n \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} (x_{i+1} - x_i) \quad (12-32)$$

積分区間の分割は等分である必要はない．

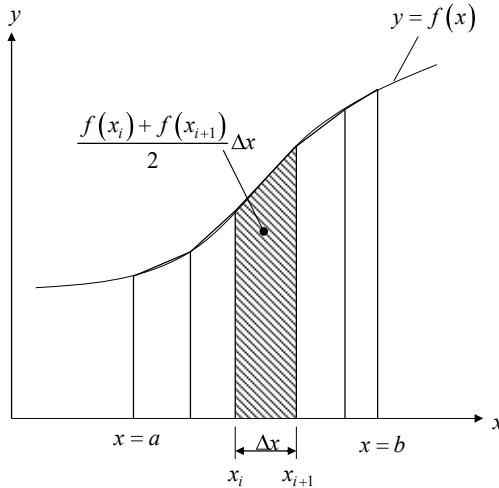


図 12-4 数値積分の方法 – 台形則

12.1.6. テイラー展開による関数の近似

テイラー展開は，関数を $(x-a)$ の級数で近似する方法であり，次の式で表される．

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \\ &= f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!} (x-a)^3 + \dots \end{aligned} \quad (12-33)$$

ここで， $f^{(n)}(a)$ ： $x=a$ における関数，

$f(x)$ ： n 階の微係数，

誤

12.1 1 変数の関数

12.1.5. 数値積分の方法 – 台形則

定積分を数値的に求めるもっとも簡単な方法は台形則（図 12-4）である．式で表すと，

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^n \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} (x_{i+1} - x_i) \quad (12-32)$$

積分区間の分割は等分である必要はない．

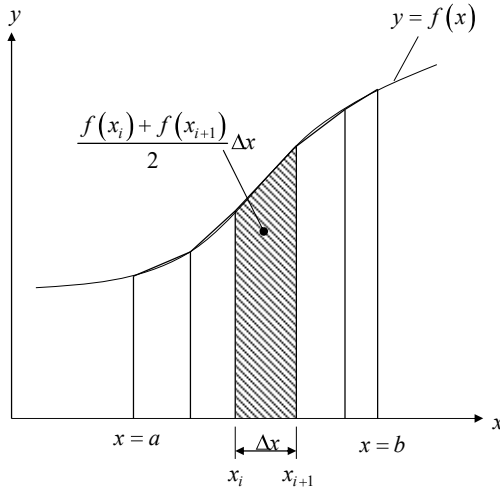


図 12-4 数値積分の方法 – 台形則

12.1.6. テイラー展開による関数の近似

テイラー展開は，関数を $(x-a)$ の級数で近似する方法であり，次の式で表される．

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \\ &= f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!} (x-a)^3 + \dots \end{aligned} \quad (12-33)$$

ここで， $f^{(n)}(a)$: $x=a$ における n 階の微係数，

$f(a)$: $x=a$ における関数の値

正